

# Άσκηση 8

**Επίλυση διαφορικών εξισώσεων και εξομοίωση με τη μέθοδο του Simulink(Αναλογικός Υπολογιστής)**

## 1. Γενικά

**Διαφορική εξίσωση** είναι μια μαθηματική εξίσωση που συσχετίζει τις τιμές μιας άγνωστης συνάρτησης μιας ή περισσότερων μεταβλητών και των παραγώγων της πρώτου, δεύτερου ή ανώτερου βαθμού.

### Μέρος πρώτο :

Η διαφορική εξίσωση που χρησιμοποιήσαμε για την ολοκλήρωση του πρώτου μέρους της άσκησης είναι μια πρωτοβάθμια διαφορική εξίσωση που έχει την παρακάτω μορφή:

$$\frac{dx}{dt} + 3x = f(t)$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = -3x + f(t)$$

Εκείνο που θα πρέπει να τονίσουμε είναι ότι: όπου  $f(t)$ ,θα δίνουμε την πρώτη φορά ως σήμα εισόδου στον αθροιστή, 1) βήμα και στην συνέχεια 2)ράμπα.

Αν κοιτάξουμε την σχέση 1 θα παρατηρήσουμε ότι θα χρειαστούμε ένα αθροιστή, ο οποίος θα πραγματοποιήσει την πρόσθεση μεταξύ των  $-3x(t)$  και του  $f(t)$ .

Στην συνέχεια θα χρησιμοποιήσουμε έναν ολοκληρωτή, ο οποίος έχει στην είσοδό του την έξοδο του αθροιστή, έτσι έχουμε αρνητική είσοδο στον ολοκληρωτή και αυτός στην συνέχεια αφού ολοκληρώσει βγάζει στην έξοδο του το

+  $x(t)$ .

Τέλος το +  $x(t)$  πριν το πάμε στην είσοδο του αθροιστή το αναστρέφουμε μέσω ενός αναστροφέα και στην συνέχεια μέσω ενός ποτενσιόμετρου ρυθμίζουμε ώστε να πάρουμε (για την άσκηση αυτή) το **-3**.

## Μέρος δεύτερο:

Θεωρούμε την παρακάτω μορφή διαφορικής εξίσωσης 2<sup>ης</sup> τάξης

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + b \frac{dx(t)}{dt} + kx = f(t)$$

Όπου  $x(t)$  είναι η τάση εξόδου και  $f(t)$  είναι η τάση εισόδου

Δεχόμαστε ότι το  $x'(t)=0$  και το  $x(t)=0$

Θέτοντας  $\frac{d^2 x(t)}{dt^2} = x''(t)$  και το  $\frac{dx(t)}{dt} = x'(t)$

Δώσατε τις διάφορες τιμές στο m στο b στο k και δημιουργήστε τη δική σας διαφορική εξίσωση.

Σχεδιάστε το αναλογικό διάγραμμα της διαφορικής εξίσωσης.

Υπολογίστε την έξοδο του αθροιστή, τις εξόδους των ολοκληρωτών, την έξοδο του αναστροφέα και την έξοδο του συστήματος.

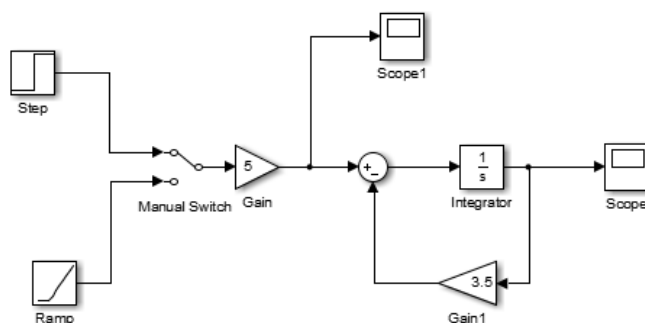
# Επίλυση διαφορικών εξισώσεων και εξομοίωση με τη μέθοδο του Simulink

## Παράδειγμα 1

Δίνεται παρακάτω η διαφορική εξίσωση ενός συστήματος , να σχεδιαστεί στο Simulink και να εμφανίσετε τις αποκρίσεις εισόδου-εξόδου για είσοδο βήμα και ράμπα.

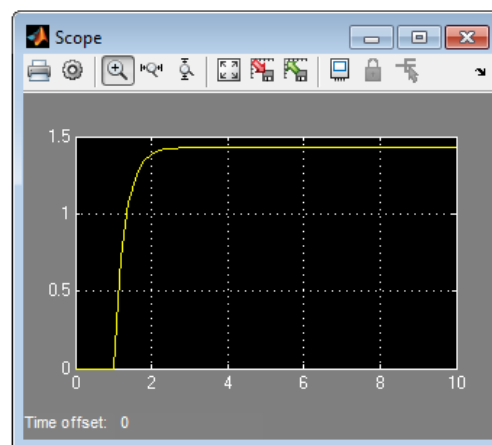
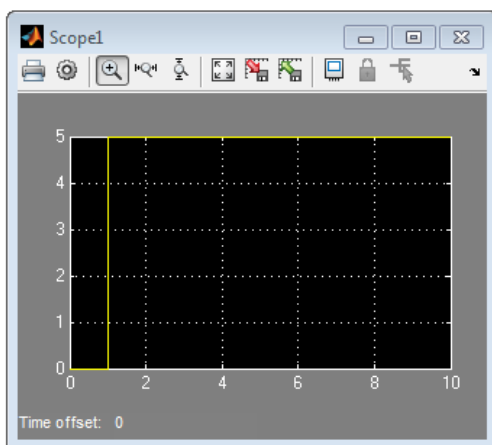
$$2\frac{dx}{dt} + 7x = 10 f(t)$$
$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = -\frac{7}{2}x + \frac{10}{2}f(t)$$

**Λύση:** Για είσοδο βήμα

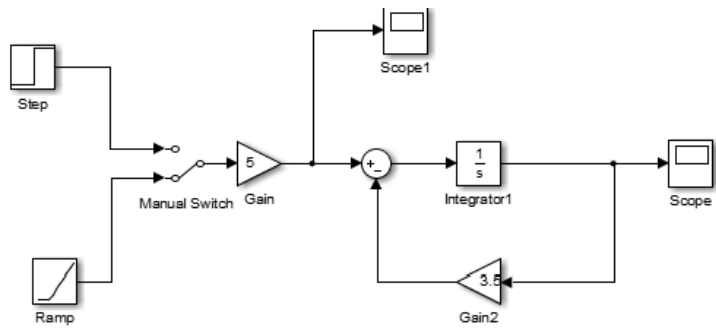


**ΕΙΣΟΔΟΣ**

**ΕΞΟΔΟΣ**

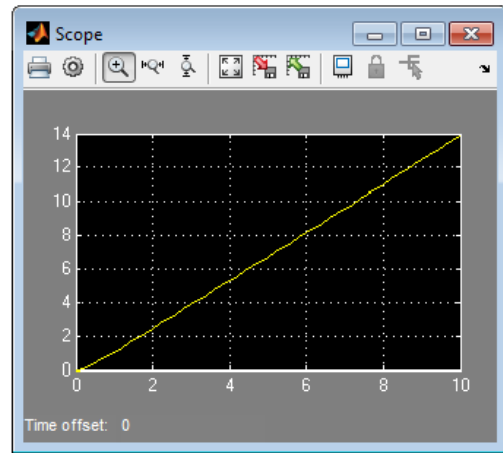
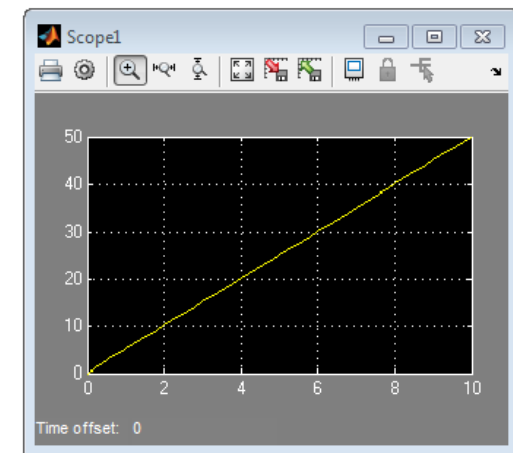


**Λύση:** Για είσοδο ράμπα



**ΕΙΣΟΔΟΣ**

**ΕΞΟΔΟΣ**



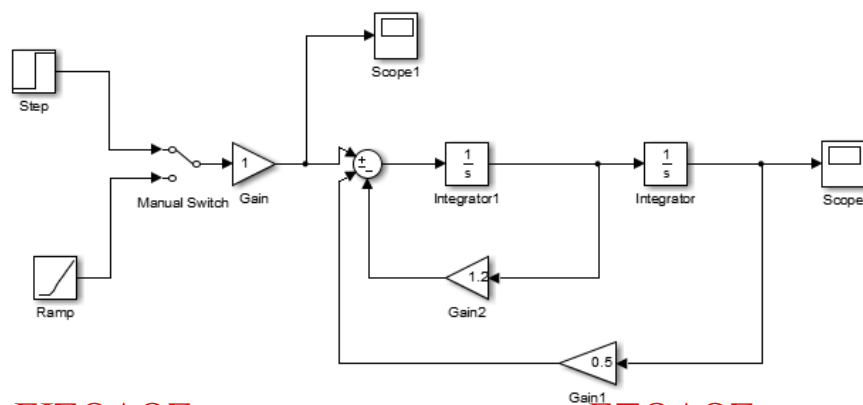
## Παράδειγμα 2

Δίνεται παρακάτω η διαφορική εξίσωση ενός συστήματος , να σχεδιαστεί στο Simulink και να εμφανίσετε τις αποκρίσεις εισόδου-εξόδου για είσοδο βήμα και ράμπα.

$$5 \frac{dx}{dt} + 6 \frac{dx^2}{dt} + 3x = 6 f(t)$$

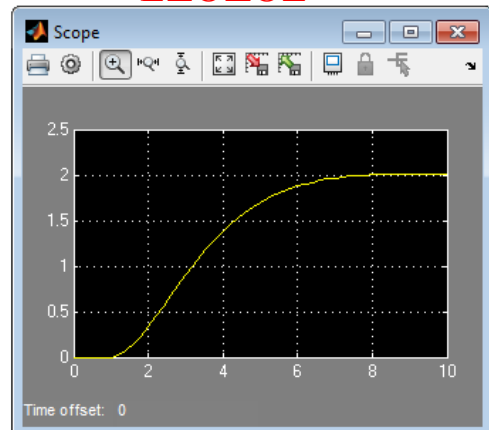
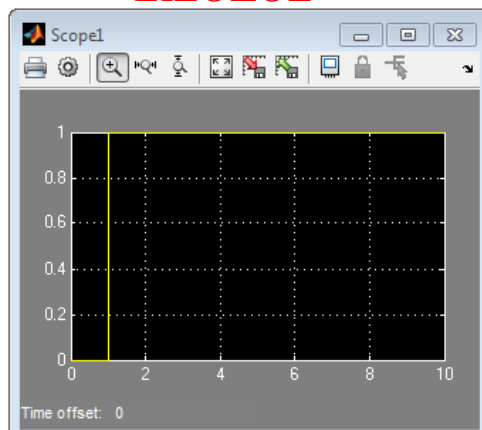
$$\frac{dx^2}{dt} = -\frac{6}{5} \frac{dx}{dt} - 0.5x + f(t)$$

**Λύση:** Για είσοδο βήμα

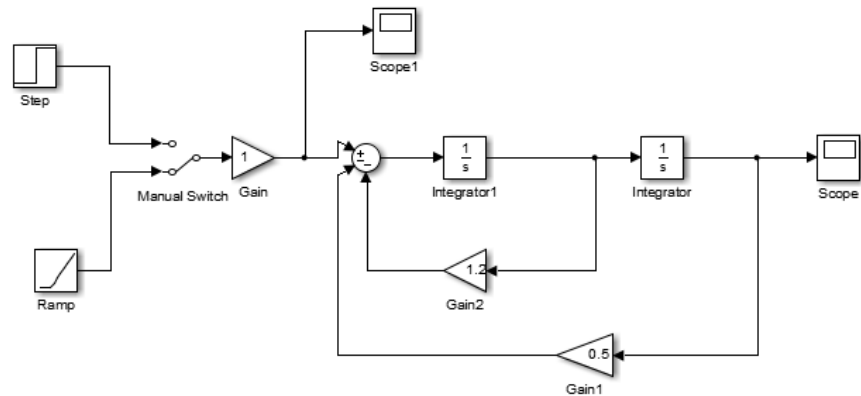


**ΕΙΣΟΔΟΣ**

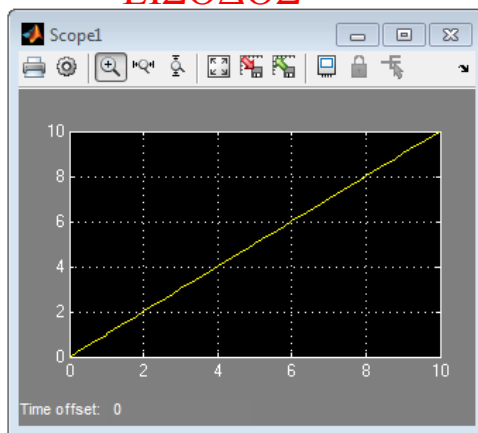
**ΕΞΟΔΟΣ**



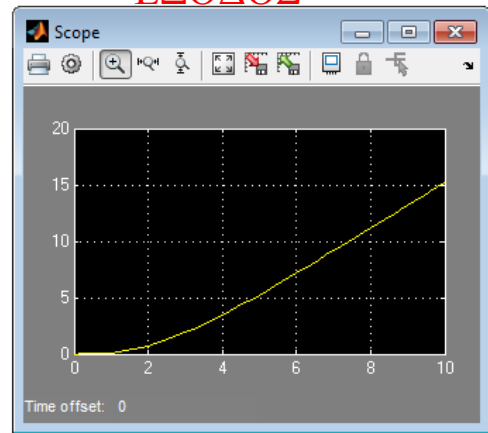
**Λύση:** Για είσοδο ράμπα



**ΕΙΣΟΔΟΣ**



**ΕΞΟΔΟΣ**



## Πρακτικό Άσκησης #8

### Άσκηση #1

Να βρεθεί η απόκριση της παρακάτω διαφορικής εξίσωσης για είσοδο α )βήμα και β )ράμπα με τη μέθοδο του Simulink.

$$5\frac{dx}{dt} + 15x = 10 f(t)$$

Σχολιάστε πως μεταβάλλεται η απόκριση του συστήματος ανάλογα με την είσοδο;

### Άσκηση #2

Να βρεθεί η απόκριση της παρακάτω διαφορικής εξίσωσης για είσοδο α )βήμα και β )ράμπα με τη μέθοδο του Simulink.

$$2\frac{dx}{dt} + 8x = 4 f(t)$$

Σχολιάστε πως μεταβάλλεται η απόκριση του συστήματος ανάλογα με την είσοδο;

### Άσκηση #3

Να βρεθεί η απόκριση της παρακάτω διαφορικής εξίσωσης για είσοδο α )βήμα και β )ράμπα με τη μέθοδο του Simulink.

$$7\frac{dx}{dt} + 2\frac{dx^2}{dt} + 7x = 14 f(t)$$

Σχολιάστε πως μεταβάλλεται η απόκριση του συστήματος ανάλογα με την είσοδο;

### Άσκηση #4

Να βρεθεί η απόκριση της παρακάτω διαφορικής εξίσωσης για είσοδο α )βήμα και β )ράμπα με τη μέθοδο του Simulink.

$$2\frac{dx}{dt} + \frac{dx^2}{dt} + 4x = 5 f(t)$$

Σχολιάστε πως μεταβάλλεται η απόκριση του συστήματος ανάλογα με την είσοδο;

### Άσκηση #5

Να βρεθεί η απόκριση της παρακάτω διαφορικής εξίσωσης για είσοδο α )βήμα και β )ράμπα με τη μέθοδο του Simulink.

$$\frac{dx}{dt} + 2\frac{dx^2}{dt} + 2x = f(t)$$

Σχολιάστε πως μεταβάλλεται η απόκριση του συστήματος ανάλογα με την είσοδο;